

An abstract graphic consisting of a dark blue 3D pyramid with a red sphere resting on its top surface, set against a lighter blue background.

# Corso di Idraulica

Prof. A. Balzano

ESERCITAZIONE 6

PROGETTO E VERIFICA DI UNA  
RETE DI LUNGHE CONDOTTE

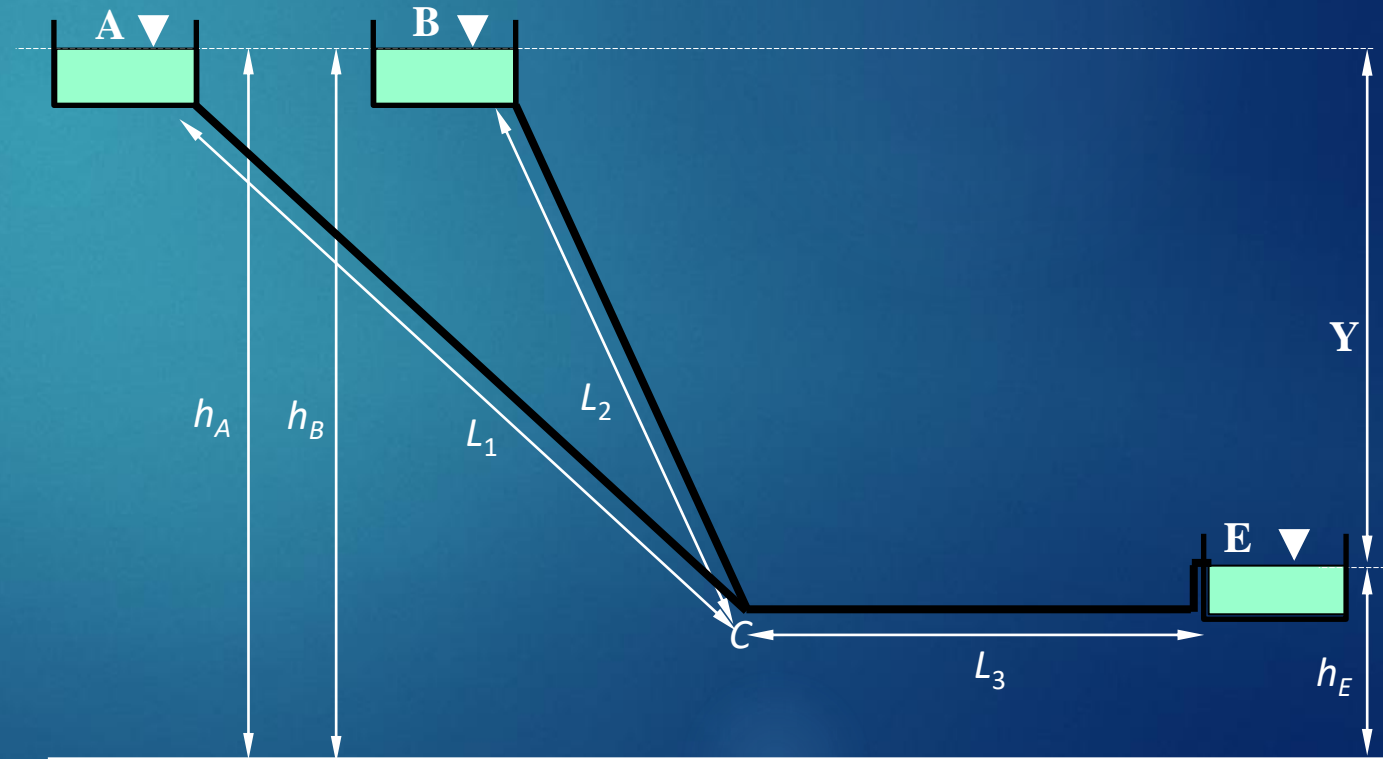


# Rete di lunghe condotte

Si vuole sopperire al fabbisogno idrico  $q_3'$  di un centro abitato  $E$  con le acque delle sorgenti  $A$  e  $B$ , le cui portate  $q_1'$  e  $q_2'$  stanno nel rapporto assegnato. Si vuole allacciare le sorgenti mediante condotte in acciaio  $AC$  e  $BC$ , che in  $C$  si collegano con un tubo di ghisa usato, già in opera, del diametro  $D_3=0.25\text{ m}$ .

- 1) Calcolare i diametri commerciali  $D_1'$  e  $D_1''$  da assegnare alla condotta  $AC$  e  $D_2'$  e  $D_2''$  da assegnare alla condotta  $BC$ , con le rispettive lunghezze, e tracciare le piezometriche
  - 2) Nell'ipotesi che le condotte  $AC$  e  $BC$  siano formate da tubi nuovi, calcolare:
    - le portate  $q_1''$ ,  $q_2''$  e  $q_3''$  convogliate nei tre tronchi;
    - il valore della perdita di carico da produrre con una valvola di riduzione posta lungo la condotta  $CE$  perché a tubi nuovi arrivi in  $E$  ancora la portata iniziale  $q_3'$
- Dati:

– $L_1 = 2000\text{ m}$ ;	– $c_{au} = 75\text{ m}^{1/3}\text{s}^{-1}$ (tubi acciaio vecchi);
– $L_2 = 1500\text{ m}$ ;	– $c_{an} = 100\text{ m}^{1/3}\text{s}^{-1}$ (tubi acciaio nuovi)
– $L_3 = 2500\text{ m}$ ;	– $c_{gu} = 70\text{ m}^{1/3}\text{s}^{-1}$ (tubi ghisa vecchi)
– $h_A = 140\text{ m}$ ;	– $q_3' = 50\text{ l/s}$ ;
– $h_B = 140\text{ m}$ ;	– $q_1'/q_2'=0.6$ ;
– $h_E = 100\text{ m}$ ;	





# Progetto delle condotte 1 e 2

- Formula di Chezy

$$j = \frac{U^2}{\chi^2 \mathfrak{R}} \quad ; \quad \chi = c \mathfrak{R}^{1/6} \quad c \text{ scabrezza di Strickler (m}^{1/3}\text{s}^{-1}\text{)} \longrightarrow j = k Q^2 D^{-n} \quad ; \quad k = \frac{4^{10/3}}{\pi^2 c^2} \quad ; \quad n = 16/3$$

- Portate di progetto

$$\begin{cases} q_1/q_2 = 0,6 \\ q_1 + q_2 = q'_3 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} q_1 = q'_1 = 0,6/1,6 q'_3 \\ q_2 = q'_2 = 1/1,6 q'_3 \end{cases}$$

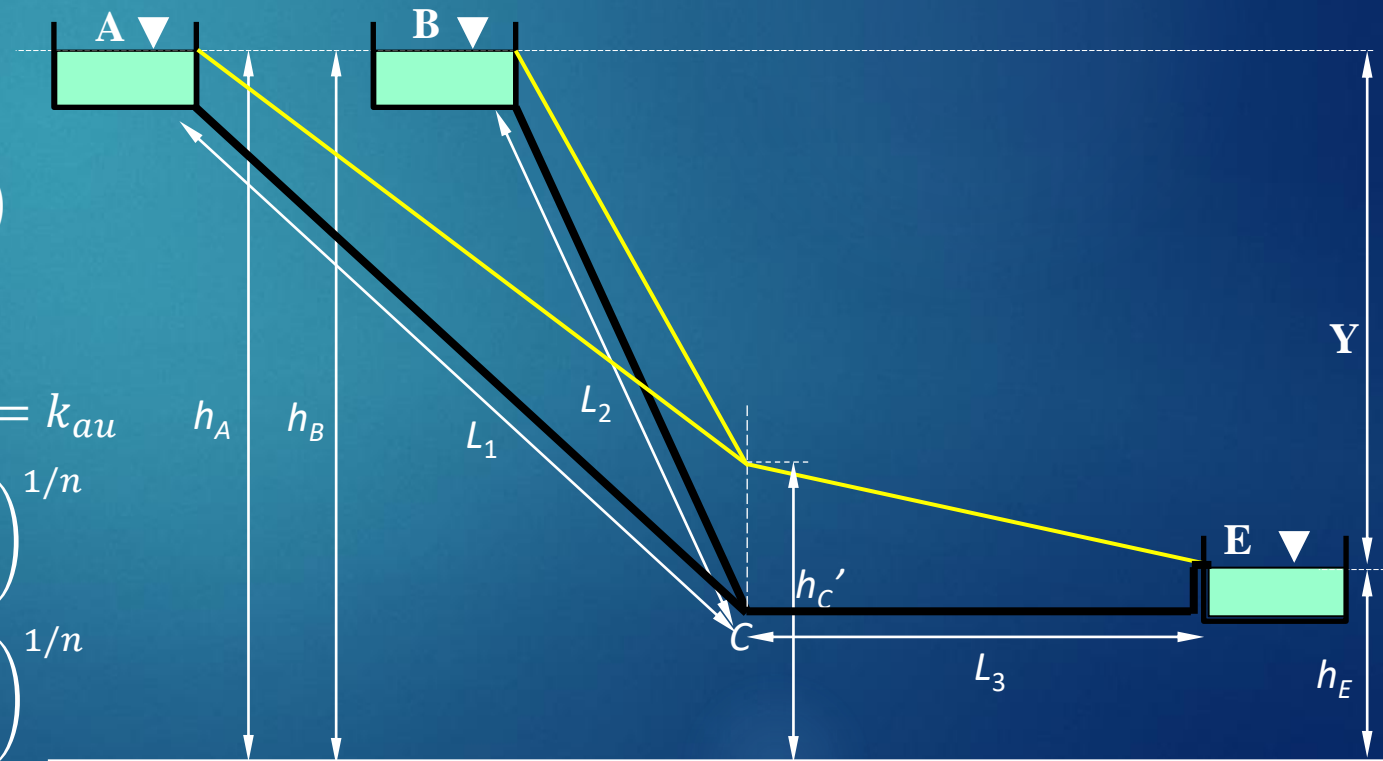
- Tronco 3 – calcolo quota nodo  $h_C$  ( $k_3 = k_{gu}$ )

$$h_C = j_3 L_3 + h_E = h_E + k_{gu} q'^2_3 D_3^{-n} L_3 = h'_C$$

- Progetto lati 1 e 2 - diametri teorici:  $k_1 = k_2 = k_{au}$

$$h_A - h'_C = k_{au} q'^2_1 D_1^{-n} L_1 \longrightarrow D_1 = \left( \frac{k_{au} q'^2_1 L_1}{h_A - h'_C} \right)^{1/n}$$

$$h_B - h'_C = k_{au} q'^2_2 D_2^{-n} L_2 \longrightarrow D_2 = \left( \frac{k_{au} q'^2_2 L_2}{h_B - h'_C} \right)^{1/n}$$





# Progetto delle condotte 1 e 2

## ► Progetto lati 1 e 2 - diametri commerciali

- Diametri teorici

$$D_1 = \left( \frac{k_{au} q_1'^2 L_1}{h_A - h'_C} \right)^{1/n} ; \quad D_2 = \left( \frac{k_{au} q_2'^2 L_2}{h_B - h'_C} \right)^{1/n}$$

- Diametri commerciali (esempio lato 1)

- Condotta da costruire con due diametri
- Selezione diametri  $D'_1$  e  $D''_1$  immediatamente inferiore e superiore al diametro teorico  $D_1$

$$D'_1 > D_1 > D''_1 \quad \text{da tabella diametri commerciali}$$

- Determinazione delle lunghezze dei due tratti

$$\begin{cases} j'_1 L'_1 + j''_1 L''_1 = Y \\ L'_1 + L''_1 = L_1 \end{cases} \longrightarrow L'_1 = \frac{Y - j''_1 L_1}{j'_1 - j''_1} ; \quad L''_1 = \frac{Y - j'_1 L_1}{j''_1 - j'_1}$$

$$j'_1 = k_{au} q_1'^2 D_1'^{-n} ; \quad j''_1 = k_{au} q_1'^2 D_1''^{-n}$$

DN (mm)	Ø esterno (mm)	Spessore (mm)	Peso tubo (kp/m)		Prezzo (Euro/m)
			grezzo	rivestimento pesante	
40	48,3	2,6	2,9	3,9	9,10
50	60,3	2,9	4,1	5,3	9,50
65	76,1	2,9	5,2	6,6	11,90
80	88,9	3,2	6,8	8,6	14,00
100	114,3	4,0	10,9	13,1	23,30
125	139,7	4,5	15,0	18,1	28,45
150	168,3	4,5	18,2	22,2	41,10
200	219,1	5,6	29,5	34,5	64,80
250	273,0	6,3	41,4	47,9	90,35
300	323,9	7,1	55,5	63,5	137,10
350	355,6	7,1	61,0	71,0	145,35
400	406,4	8,0	78,6	90,1	166,65
450	457,2	8,0	88,6	104,1	195,85
500	508,0	8,8	108,0	125,0	237,90
600	609,6	10,0	148,0	173,0	333,00





# Progetto delle condotte 1 e 2

## ► Progetto lati 1 e 2 - diametri commerciali

- Diametri teorici

$$D_1 = \left( \frac{k_{au} q_1'^2 L_1}{h_A - h_C'} \right)^{1/n} ; \quad D_2 = \left( \frac{k_{au} q_2'^2 L_2}{h_B - h_C'} \right)^{1/n}$$

- Diametri commerciali (esempio lato 1)

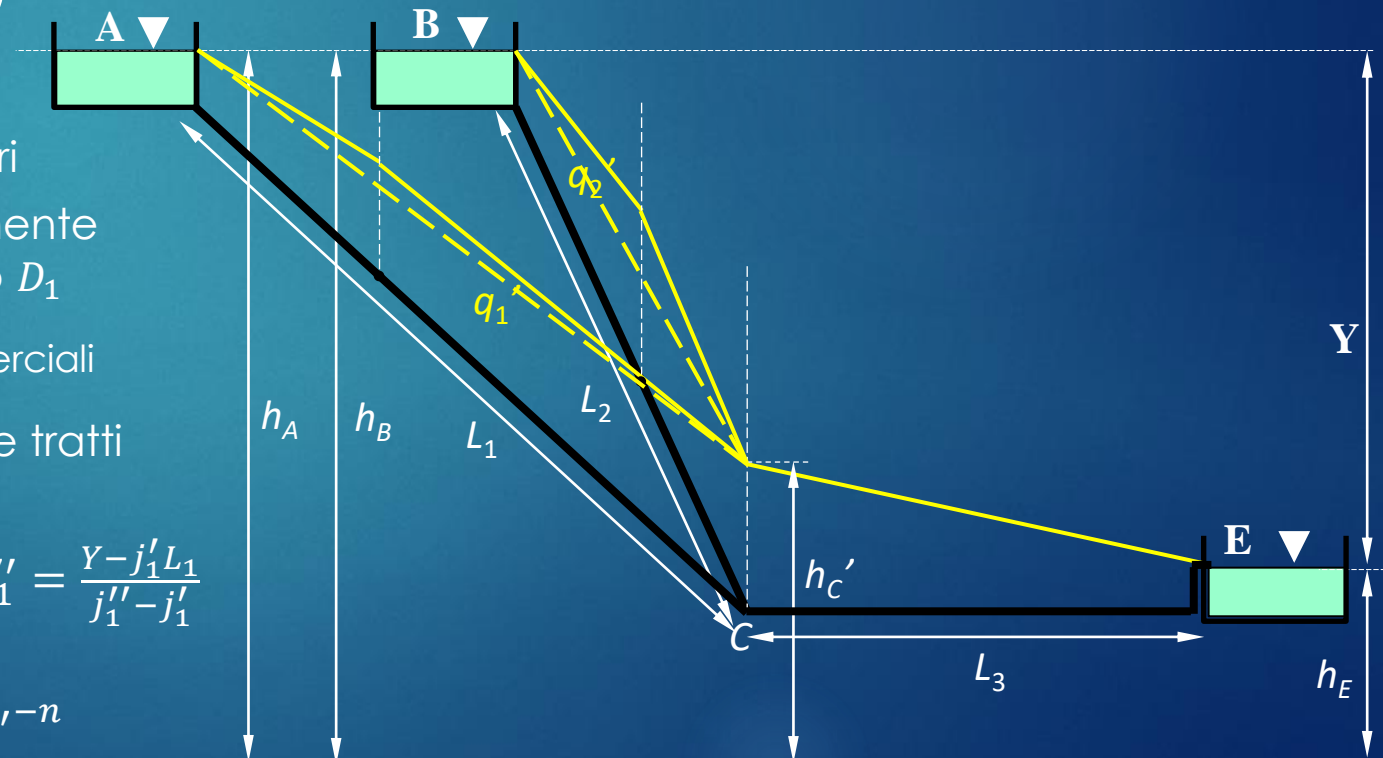
- Condotta da costruire con due diametri
- Selezione diametri  $D_1'$  e  $D_1''$  immediatamente inferiore e superiore al diametro teorico  $D_1$

$$D_1' > D_1 > D_1'' \quad \text{da tabella diametri commerciali}$$

- Determinazione delle lunghezze dei due tratti

$$\begin{cases} j_1' L_1' + j_1'' L_1'' = Y \\ L_1' + L_1'' = L_1 \end{cases} \longrightarrow L_1' = \frac{Y - j_1'' L_1}{j_1' - j_1''} ; \quad L_1'' = \frac{Y - j_1' L_1}{j_1'' - j_1'}$$

$$j_1' = k_{au} q_1'^2 D_1'^{-n} ; \quad j_1'' = k_{au} q_1'^2 D_1''^{-n}$$





# Verifica rete a tubi nuovi (lati 1 e 2)

## ► Funzionamento della rete

- Equazioni del moto

$$h_A - h_C = k_{an} q_1^2 D_1'^{-n} L_1' + k_{an} q_1^2 D_1''^{-n} L_1''$$

$$h_B - h_C = k_{an} q_2^2 D_2'^{-n} L_2' + k_{an} q_2^2 D_2''^{-n} L_2''$$

$$h_C - h_E = k_{gu} q_3^2 D_3^{-n} L_3$$

- Equazione di continuità al nodo:  $q_1 + q_2 = q_3$

- Soluzione del sistema per eliminazione

$$q_1 = \sqrt{(h_A - h_C)/K_1} \quad K_1 = k_{an}(D_1'^{-n} L_1' + D_1''^{-n} L_1'')$$

$$q_2 = \sqrt{(h_B - h_C)/K_2} \quad K_2 = k_{an}(D_2'^{-n} L_2' + D_2''^{-n} L_2'')$$

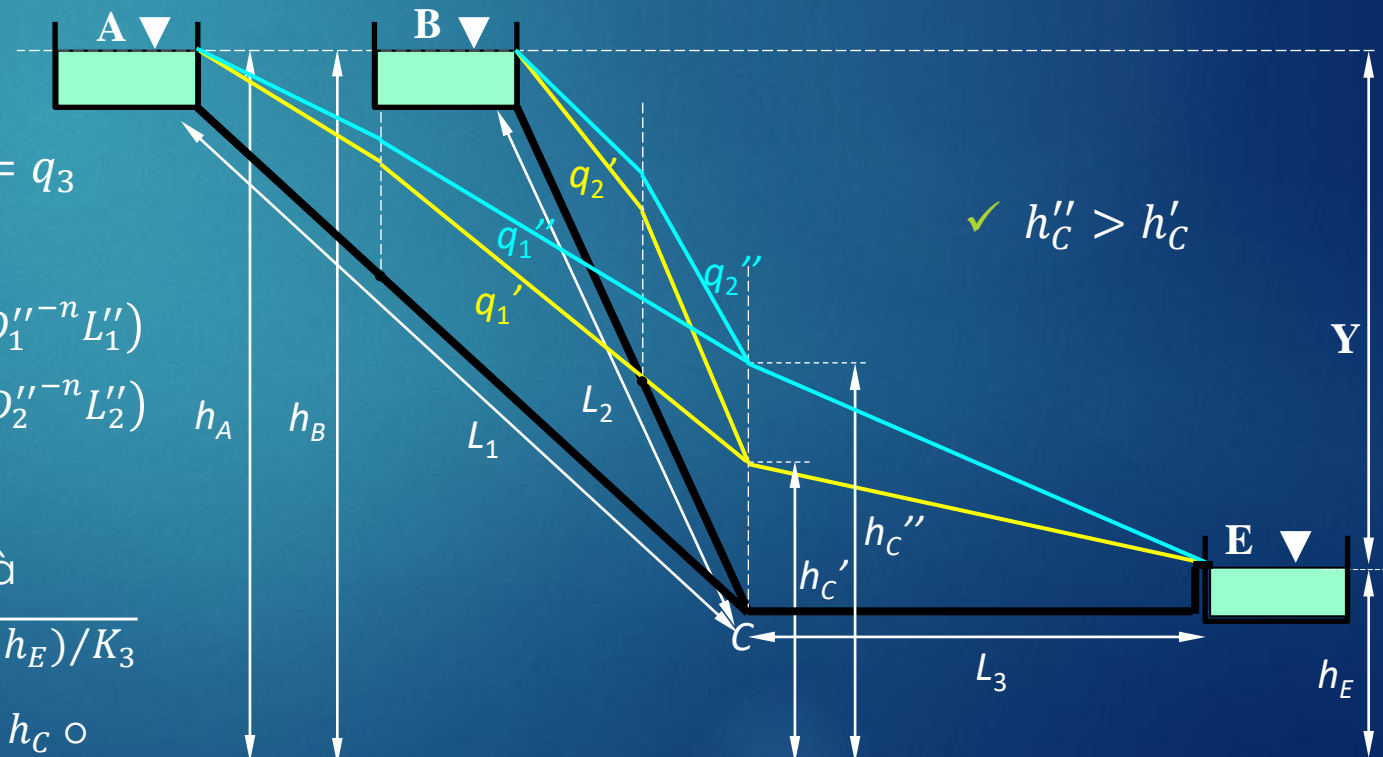
$$q_3 = \sqrt{(h_C - h_E)/K_3} \quad K_3 = k_{gu} D_3^{-n} L_3$$

- Sostituendo nell'equazione di continuità

$$\sqrt{(h_A - h_C)/K_1} + \sqrt{(h_B - h_C)/K_2} = \sqrt{(h_C - h_E)/K_3}$$

riducibile a una equazione di 2° grado in  $h_C$  o  
risolvibile numericamente in questa forma

Incognite:  $q_1, q_2, q_3, h_C$   $k_{gu} = \frac{4^{10/3}}{\pi^2 C_{gu}^2}$   $k_{an} = \frac{4^{10/3}}{\pi^2 C_{an}^2}$





# Verifica rete a tubi nuovi (lati 1 e 2)

## ► Funzionamento della rete

- Soluzione dell'equazione in  $h_C$  (radice  $h_C''$ )

- Soluzione numerica

$$F(h_C) = \sqrt{(h_A - h_C)/K_1} + \sqrt{(h_B - h_C)/K_2} - \sqrt{(h_C - h_E)/K_3} = 0$$

- Soluzione analitica equazione di 2° grado in  $h_C$

- Elevare al quadrato membro a membro 2 volte

- La seconda volta isolare unico radicale residuo

- Soluzione analitica rapida (solo per il caso  $h_A = h_B$ )

$$h_A - h_C = h_B - h_C = \delta \longrightarrow \sqrt{\delta/K_1} + \sqrt{\delta/K_2} = \sqrt{(Y - \delta)/K_3}$$

- Soluzione analitica con due quadrature

- Determinazione delle portate a tubi nuovi

$$q_1 = q_1'' = \sqrt{(h_A - h_C'')/K_1} \quad K_1 = k_{an}(D_1'^{-n}L_1' + D_1''^{-n}L_1'')$$

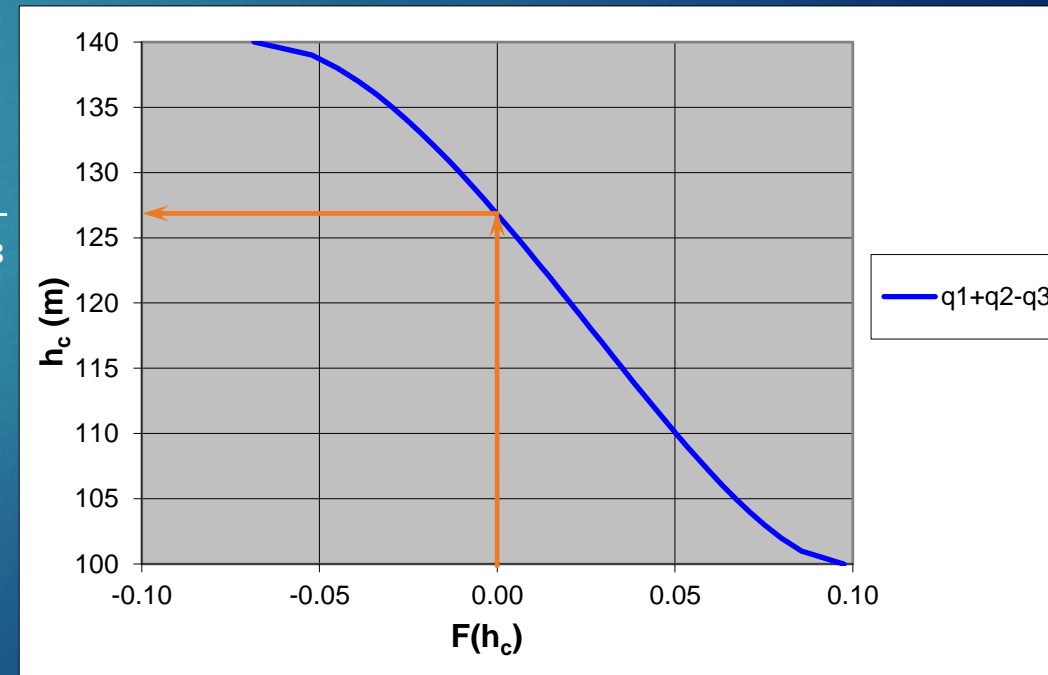
$$q_2 = q_2'' = \sqrt{(h_B - h_C'')/K_2} \quad K_2 = k_{an}(D_2'^{-n}L_2' + D_2''^{-n}L_2'')$$

$$q_3 = q_3'' = \sqrt{(h_C'' - h_E)/K_3} \quad K_3 = k_{gu} D_3^{-n} L_3$$

✓ Per il caso presente in cui  $h_A = h_B$

$$\frac{q_1''}{q_2''} = \frac{\sqrt{(h_A - h_C)/K_1}}{\sqrt{(h_B - h_C)/K_2}} = \sqrt{\frac{K_2}{K_1}} = \sqrt{\frac{D_2'^{-n}L_2' + D_2''^{-n}L_2''}{D_1'^{-n}L_1' + D_1''^{-n}L_1''}} = \frac{q_1'}{q_2'}$$

indipendente dalla scabrezza dei tubi, come per gli altri rapporti delle portate





100

## ► Funzionamento della rete con valvola in lato 3

- Equazioni del moto

$$h_A - h_C = k_{an} q_1^2 D_1'^{-n} L_1' + k_{an} q_1^2 D_1''^{-n} L_1''$$

$$h_B - h_C = k_{an} q_2^2 D_2'^{-n} L_2' + k_{an} q_2^2 D_2''^{-n} L_2''$$

$$h_C - h_E = k_{gu} q_3'^2 D_3^{-n} L_3 + \Delta$$

- Equazione di continuità al nodo:  $q_1 + q_2 = q'_3$

- Soluzione del sistema per eliminazione

$$q_1 = \sqrt{(h_A - h_C)/K_1} \quad K_1 = k_{an}(D_1'^{-n}L_1' + D_1''^{-n}L_1'')$$

$$q_2 = \sqrt{(h_B - h_C)/K_2} \quad K_2 = k_{an}(D_2'^{-n}L_2' + D_2''^{-n}L_2'')$$

- Sostituendo nell'equazione di continuità

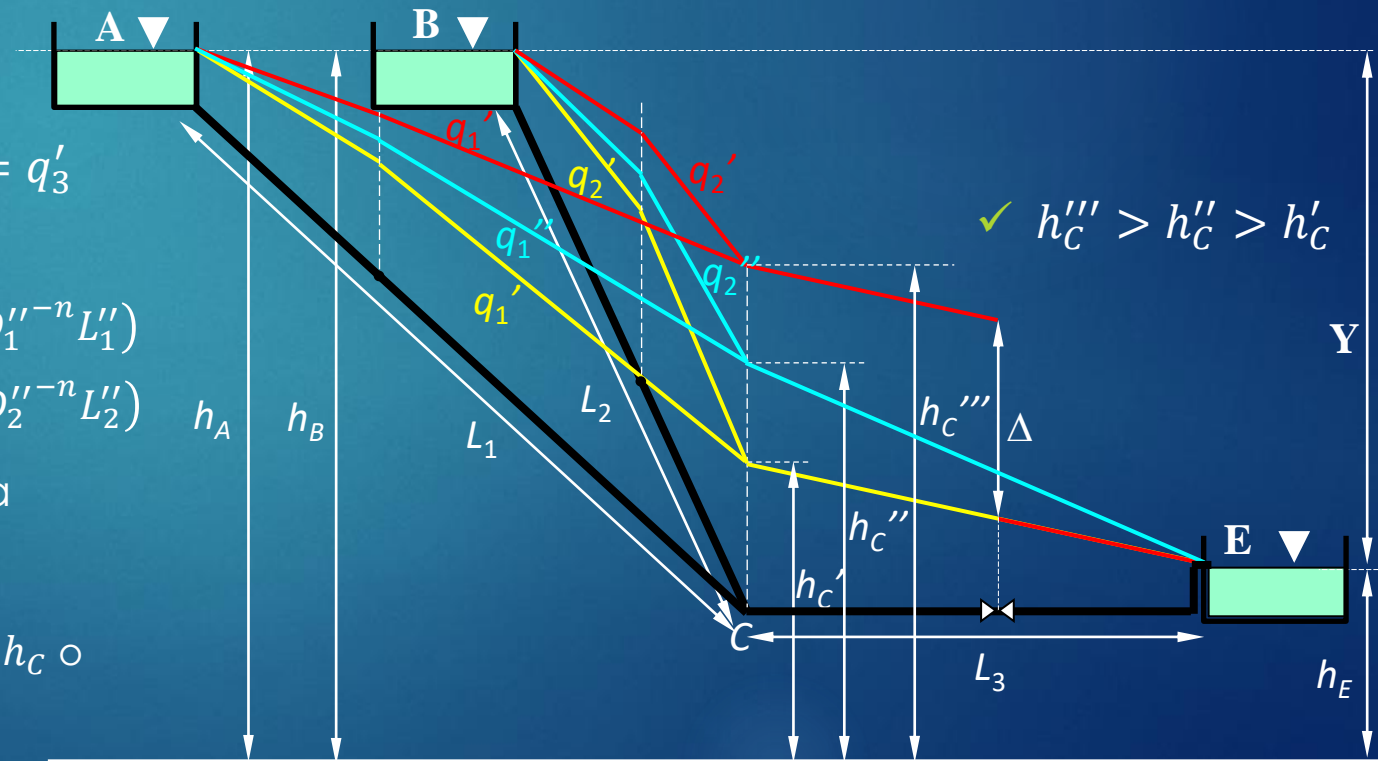
$$\sqrt{(h_A - h_C)/K_1} + \sqrt{(h_B - h_C)/K_2} = q'_3$$

riducibile a una equazione di 2° grado in  $h_c$  o  
risolvibile numericamente in questa forma

- Incognite:  
 $q_1, q_2, h_C, \Delta$

$$k_{gu} = \frac{4^{10/3}}{\pi^2 c_{gu}^2}$$

$$k_{an} = \frac{4^{10/3}}{\pi^2 c_{an}^2}$$







# Valvola riduttrice di pressione

## ► Funzionamento della rete con valvola in lato 3

- Soluzione dell'equazione in  $h_c$  (radice  $h_c'''$ )

- Soluzione numerica

$$F(h_c) = \sqrt{(h_A - h_c)/K_1} + \sqrt{(h_B - h_c)/K_2} - q'_3 = 0$$

- Soluzione analitica equazione di 2° grado in  $h_c$

- Elevare al quadrato membro a membro 2 volte

- La seconda volta isolare unico radicale rimasta

- Soluzione analitica rapida (solo per il caso  $h_A = h_B$ )

$$h_A - h_c = h_B - h_c = \delta \quad \sqrt{\delta/K_1} + \sqrt{\delta/K_2} = q'_3$$

- $\delta/K_1 + \delta/K_2 + \delta/\sqrt{K_1 K_2} = q_3'^2$

- Determinazione delle portate e della perdita nella valvola

$$q_1 = q_1''' = \sqrt{(h_A - h_c''')/K_1} \quad K_1 = k_{an}(D_1'^{-n}L_1' + D_1''^{-n}L_1'')$$

$$q_2 = q_2''' = \sqrt{(h_B - h_c''')/K_2} \quad K_2 = k_{an}(D_2'^{-n}L_2' + D_2''^{-n}L_2'')$$

$$\Delta = h_c''' - h_E - K_3 q_3'^2 \quad K_3 = k_{gu} D_3^{-n} L_3$$

- ✓ Per il caso presente in cui  $h_A = h_B$

$$\frac{q_1'''}{q_2'''} = \frac{\sqrt{(h_A - h_c)/K_1}}{\sqrt{(h_B - h_c)/K_2}} = \sqrt{\frac{K_2}{K_1}} = \sqrt{\frac{D_2'^{-n}L_2' + D_2''^{-n}L_2''}{D_1'^{-n}L_1' + D_1''^{-n}L_1''}} = \frac{q_1'}{q_2'} = \frac{q_1''}{q_2''}$$

indipendente dalla scabrezza dei tubi. Mettendo a sistema con  $q_1''' + q_2''' = q_3'$  si ha  $q_1''' = q_1'$ ;  $q_2''' = q_2'$

